

ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΝΕΠΑΡΚΩΝ ΑΝΑΜΟΝΩΝ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΟΣ**ΓΕΩΡΓΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ**Προπτυχιακός Φοιτητής Π.Π., nikosgeorgakopoulos94@gmail.com**Περίληψη**

Η παρούσα εργασία στοχεύει στην παρουσίαση μίας αναλυτικής εφαρμογής αποκατάστασης περιοχής ανεπαρκών μηκών μάτισης διαμηκών ράβδων υποστυλώματος, με τη χρήση σχέσεων από τον ΚΑΝ.ΕΠΕ και τον Ευρωκώδικα 8 (Μέρος 3). Επιπρόσθετα, περιέχει υπολογισμούς για την εξαγωγή διαγραμμάτων $M-\theta$ και εκτεταμένες συγκρίσεις αυτών για διάφορες περιπτώσεις αλλαγής παραμέτρων, με σκοπό να προκύψουν συμπεράσματα για το ποιες παράμετροι είναι καθοριστικές.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ύπαρξη ανεπαρκών μηκών μάτισης στα υποστυλώματα είναι ένα από τα συνηθέστερα προβλήματα που παρουσιάζουν οι κατασκευές στη χώρα μας, κυρίως μάλιστα εάν έχουν κτιστεί πριν το 1984. Το πρόβλημα έγκειται στο ότι κατά τη διάρκεια της σεισμικής διέγερσης, εμφανίζεται ψαθυρού τύπου αστοχία, λόγω του συνδυασμού του ελλιπή οπλισμού περίσφιγξης (συνδετήρες) και της ολίσθησης των ματιζόμενων ράβδων. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, οι δύο κανονισμοί σε ισχύ, ΚΑΝ.ΕΠΕ και Ευρωκώδικας 8-3, προτείνουν την εξωτερική περίσφιγξη του στοιχείου με μανδύες, κολάρα ή εξωτερικούς συνδετήρες, από χάλυβα ή από ινοπλισμένα υλικά FRP.

2. ΕΦΑΡΜΟΓΗ

ΔΙΝΕΤΑΙ: Σε μονώροφο κτήριο καθαρού ύψους ορόφου 2,8m, υποστύλωμα ύψους $h=2,50m$, διαστάσεων διατομής $b_1=b_2=300mm$, οπλισμένο με 4Φ20.

Επικάλυψη οπλισμού: $c = 25mm$

Υλικά: S500, C16/20

$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ Mpa} = 24 \text{ Mpa}$

$f_{sy} = 1.15 \cdot 500 = 575 \text{ Mpa}$

Στάθμη επιτελεστικότητας: B

Στη βάση του υποστυλώματος λαμβάνει χώρα μάτιση.

Αναμονές (διαθέσιμο μήκος): $l_s = 500mm$

Θεωρείται πλήρες επίπεδο γνώσης.

$N_d = 800 \text{ KN}$ θλιπτική

$E_s = 200 \text{ GPa}$

$E_c = 27.5 \text{ GPa}$

ΖΗΤΕΙΤΑΙ: Ο έλεγχος επάρκειας του μήκους μάτισης και η ενίσχυση της περιοχής μάτισης στην περίπτωση που οι αναμονές είναι ανεπαρκείς.

Λύση

$$\text{Απαιτούμενο μήκος μάτισης : } l_{so} = \frac{\Phi \sigma_{sd}}{4 f_{bd}} \quad \{\text{EK2-8.4.3}\} \quad (1)$$

$$\text{Όπου, } \sigma_{sd} = f_{yd} = \text{Mpa} \quad (2)$$

$$f_{bd} = n_1 n_2 2.25 f_{ctd} = 1.95 \text{ Mpa} \quad (3)$$

$$\text{άρα, } l_{s0} = \frac{20 \cdot 500}{4 \cdot 1.95 \cdot 1.5} = 1115 \text{ mm} \quad (4)$$

$l_s < l_{s0}$ οπότε απαιτείται ενίσχυση στην περιοχή μάτισης.

Έλεγχος προϋποθέσεων εφαρμογής εξωτερικής ενίσχυσης (περίσφιγξη) :

1) { ΚΑΝ.ΕΠΕ §8.2.1.2 (β)(iii) }

$$\text{Πρέπει } l_s > \max(0.3l_{s0}, 15d_s) = \max(0.3 \cdot 1115, 15 \cdot 20) = \max(334.5, 300) = 334.5 \text{ mm}$$

ισχύει (5)

2) { ΚΑΝ.ΕΠΕ §8.2.1.2 (β)(iv) }

Το μήκος εφαρμογής της περισφιγξης πρέπει να είναι τουλάχιστον :

$$l = \max(h_{cr}, 1.3l_s, 600) = \max(466, 650, 600) = 650 \text{ mm} \quad (6)$$

$$\text{με } h_{cr} = \max(h_c, b_c, 0.45m, H_{cl}/6) = \max(300, 300, 450, 466) = 466 \text{ mm (ΚΠΜ)} \quad (7)$$

άρα θα ενισχύσουμε τον κολόνα για ύψος 650mm.

Α) Ενίσχυση με χαλύβδινα ελάσματα

Χάλυβας Fe360 ($f_y = 235 \text{ MPa}$)

Α Τρόπος

{ΚΑΝ.ΕΠΕ (8.3)} Απαιτούμενος οπλισμός περισφιγξης :

$$\frac{A_j}{s} = \gamma_{Rd} \cdot \frac{(1 - \lambda_s)}{\beta} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{f_{yk}}{\sigma_{jd}} \cdot \frac{A_b}{l_s} \quad (8)$$

όπου, $\gamma_{Rd} = 1.5$

$$A_b = \frac{\pi d_s^2}{4} = 314 \text{ mm} \quad (9)$$

$\lambda_s = 0$, $\psi = 1$, λόγω ελλειπών στοιχείων στην περιοχή μάτισης

$$c/d_s = 25/20 = 1.25 < 2 \text{ άρα } \beta = 1 \quad (10)$$

$$w_d = 0.6 \cdot s_d^{2/3} = 0.6 \cdot 0.4^{2/3} = 0.33 \text{ (} s_s = 0.4 \text{ στάθμη επιτ. Β)} \quad (11)$$

$$\varepsilon_{jd} = \frac{\sqrt{2} \cdot w_d}{b} = 0.00155 \quad (12)$$

$$\sigma_{jd} = E_j \cdot \varepsilon_{jd} = 200000 \cdot 0.00155 = 311 \text{ MPa} > \sigma_{jmax} = f_{yd} = 235 \text{ MPa} \quad (13)$$

άρα $\sigma_{jd} = 235 \text{ MPa}$

$$\text{Τελικά, } A_j/s = \frac{1.5 \cdot 500 \cdot 314}{235 \cdot 500} = 2 \text{ mm}$$

Β Τρόπος

Εφόσον έχω ορθογωνική διατομή με γωνιακές ράβδους μπορώ να χρησιμοποιήσω και τους τύπους Σ8.1α και Σ8.1β.

$$\left(\frac{A_j}{s}\right) = 1.3 \cdot \left[k_1 \cdot \left(\frac{f_{sy}}{f_c} \frac{d_s}{l_s} \right) - 0.4 \frac{c}{d_s} - 0.3 \right]^2 \cdot \frac{f_{cm}^2 \cdot d_s^2}{k_2 \cdot t_j \cdot f_{cm}} \quad \{ \text{ΚΑΝ.ΕΠΕ Σ8.1α} \} \quad (14)$$

$$\left(\frac{A_j}{s}\right) = \frac{12}{(s_d \cdot s_u)} \cdot \left(\frac{f_{sy}^3}{f_u \cdot f_c^2}\right) \cdot \left(\frac{d_s^2}{a_N \cdot l_s}\right)^3 \cdot (a_N) \quad \{ \text{KAN.ΕΠΕ Σ8.1β} \} \quad (15)$$

όπου, από { ΚΑΝ.ΕΠΕ §6.3 } έχω: $a_N = \sqrt{2}(2c + 1.5d_s) = \sqrt{2}(2 \cdot 25 + 1.5 \cdot 20) = 113.13 \text{ mm} (16)$

$s_u = 2 \text{ mm}$

$s_d = 0.4 \text{ mm}$ (στάθμη επιτελεστικότητας B)

$\kappa_1 = 1.5$ (στάθμη επιτελεστικότητας B)

$\kappa_2 = 0.3$

$$(14) = 1.3 \cdot \left[1.5 \cdot \left(\frac{575}{24}\right) \cdot \left(\frac{20}{500}\right) - 0.4 \cdot \left(\frac{15}{20}\right) - 0.3 \right]^2 \cdot \left(\frac{24^2 \cdot 20^2}{0.3 \cdot 200000 \cdot 0.3 \cdot 16^{(2/3)}}\right) = 1.04 \text{ mm}$$

$$(15) = \frac{12}{(0.4 \cdot 2)} \cdot \left(\frac{575^3}{235 \cdot 24^2}\right) \cdot \left(\frac{20^2}{113.13 \cdot 500}\right)^3 \cdot (113.13) = 3.33 \text{ mm}$$

$(A_j/s) = \max(1.04, 3.33) = 3.33 \text{ mm}$

Εάν επιλέξω συνεχή εξωτερικό μανδύα από χάλυβα τότε έχω από Α τρόπο $t = 2 \text{ mm}$, ενώ από Β τρόπο $t = 3.33 \text{ mm}$. Και οι δύο επιλογές ξεπερνούν το ελάχιστο πάχος του 1 mm .

Εάν επιλέξω μορφή κολάρων, τότε πρέπει

$$s \leq 0.3 \cdot d = 0.3 \cdot 257 = 77.1 \text{ mm}$$

έστω πλάτος $w_j = 50 \text{ mm}$ και πάχος $t_j = 4 \text{ mm}$.

Α τρόπος: $A_j/s = 2 \text{ mm} \Rightarrow w_j \cdot t_j / s = 2 \text{ mm} \Rightarrow s = 50 \cdot 4 / 2 = 100 \text{ mm} > 77.1 \text{ mm}$

Β τρόπος: $A_j/s = 3.33 \text{ mm} \Rightarrow w_j \cdot t_j / s = 3.33 \text{ mm} \Rightarrow s = 50 \cdot 4 / 3.33 = 60 \text{ mm} < 77.1 \text{ mm}$

Οπότε, 6 κολάρα πάχους 50 mm ανά 60 mm .

B) Ενίσχυση με ινοπλισμένα υλικά

Ανθρακούφασμα: $E = 250 \text{ GPa}$, $\epsilon_u = 0.6\%$, $f_u = 2500 \text{ MPa}$

Α τρόπος

{ ΚΑΝ.ΕΠΕ (8.3) } Απαιτούμενος οπλισμός περισφιγξης :

$$\frac{A_j}{s} = \gamma_{Rd} \cdot \frac{(1 - \lambda_s)}{\beta} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{f_{yk}}{\sigma_{jd}} \cdot \frac{A_b}{l_s} \quad (17)$$

όπου, $\gamma_{Rd} = 1.5$

$$A_b = \frac{\pi d_s^2}{4} = 314 \text{ mm} \quad (18)$$

$\lambda_s = 0$, $\psi = 1$, λόγω ελλειπών στοιχείων στην περιοχή μάτισης

$$c/d_s = 25/20 = 1.25 < 2 \text{ άρα } \beta = 1 \quad (19)$$

$$w_d = 0.6 \cdot s_d^{2/3} = 0.6 \cdot 0.4^{2/3} = 0.33 \text{ (} s_s = 0.4 \text{ στάθμη επιτ. B)} \quad (20)$$

$$\epsilon_{jd} = \frac{\sqrt{2} \cdot w_d}{b} = 0.00155 \quad (21)$$

$$\sigma_{j\max} = 0.75 \cdot E_j \cdot \varepsilon_{ju} = 0.75 \cdot 250000 \cdot 0.006 = 1125 \text{ MPa} \quad (22)$$

$$\sigma_{jd} = E_j \cdot \varepsilon_{jd} = 250000 \cdot 0.00155 = 387.5 \text{ MPa} < \sigma_{j\max} \quad (23)$$

$$\frac{A_j}{s} = 1.5 \cdot \frac{500}{387.5} \cdot \frac{314}{500} = 1.215 \text{ mm} > 0.25 \text{ mm}$$

Επιλέγω τέσσερις στρώσεις πάχους 0.3 mm

Β τρόπος

$$\left(\frac{A_j}{s}\right) = 1.3 \cdot \left[k_1 \cdot \left(\frac{f_{sy}}{f_c} \cdot \frac{d_s}{l_s} \right) - 0.4 \cdot \frac{c}{d_s} - 0.3 \right]^2 \cdot \frac{f_{cm}^2 \cdot d_s^2}{k_2 \cdot t_j \cdot f_{cm}} \quad \{ \text{KAN.EΠΕ Σ8.1α} \} \quad (24)$$

$$\left(\frac{A_j}{s}\right) = \frac{12}{(s_d \cdot s_u)} \cdot \left(\frac{f_{sy}^3}{f_u \cdot f_c^2} \right) \cdot \left(\frac{d_s^2}{a_N \cdot l_s} \right)^3 \cdot (a_N) \quad \{ \text{KAN.EΠΕ Σ8.1β} \} \quad (25)$$

$$(24) = 1.3 \cdot \left[1.5 \cdot \left(\frac{575}{24} \right) \cdot \left(\frac{20}{500} \right) - 0.4 \cdot \left(\frac{15}{20} \right) - 0.3 \right]^2 \cdot \left(\frac{24^2 \cdot 20^2}{(0.3 \cdot 250000 \cdot 0.3 \cdot 16^{(2/3)})} \right) = 0.84 \text{ mm}$$

$$(25) = \frac{12}{(0.4 \cdot 2)} \cdot \left(\frac{575^3}{2500 \cdot 24^2} \right) \cdot \left(\frac{20^2}{113.13 \cdot 500} \right)^3 \cdot (113.13) = 0.31 \text{ mm}$$

$$(A_j / s) = \max (0.84 , 0.31) = 0.84 \text{ mm}$$

Επιλέγω τρεις στρώσεις πάχους 0.3 mm.

Σύγκριση Αποτελεσμάτων με EN 1998-3

Μόνο για την περίπτωση (B), ενίσχυση με ινοπλισμένα υλικά, μας δίνει εναλλακτική επίλυση. Ανθρακοϋφασμα : $E = 250 \text{ GPa}$, $\varepsilon_u = 0.6\%$

{ EN 1998-3 (A.37) } Απαραίτητο πάχος μανδυνών FRP :

$$t_f = \frac{D \cdot (\sigma_1 - \sigma_{sw})}{2 \cdot E_f \cdot 0.001} \quad (26)$$

{ EN 1998-3 (A.38) } Τάση σύσφιγξης στο μήκος υπερκάλυψης l_s :

$$\sigma_1 = \frac{A_s \cdot f_{yL}}{\left[\frac{p}{2 \cdot n} + 2 \cdot (d_{bL} + c) \right] \cdot l_s} \quad (27)$$

όπου,

$$A_b = \frac{\pi d_s^2}{4} = 314 \text{ mm} \quad (28)$$

$p = 4 \cdot 214 = 856 \text{ mm}$ (περιμέτρος από μέσο ράβδου σε μέσο ράβδου)

$n = 4$

$d_{bL} = 20 \text{ mm}$

$c = 25 \text{ mm}$

$$f_{yL} = 1.00 \cdot 500 = 500 \text{ MPa} \quad (\text{πλήρης γνώση}) \quad (29)$$

άρα,

$$\sigma_1 = \frac{314 \cdot 500}{\left[\frac{856}{4} + 2 \cdot (20 + 25)\right] \cdot 500} = 1.032 \text{ MPa}$$

Σύμφωνα με { EN 1998-3 §A4.4.4.(2) } επειδή έχω ορθογωνικό υποστύλωμα ,παίρνω $D=d_w$ και πολλαπλασιάζω την τάση σ_1 με κατάλληλο μειωτικό συντελεστή $k_s = 2R_c/D$.
(30)

Θεωρώ $R_c = 40 \text{ mm}$, άρα $k_s = 2 \cdot 40/300 = 0.267$
οπότε $\sigma_1' = 0.267 \cdot 1.032 = 0.275 \text{ MPa}$

Τελικά,

$$t_f = \frac{300 \cdot 0.275}{2 \cdot 250000 \cdot 0.001} = 0.165 \text{ mm}$$

Επιλέγω μία στρώση που να ξεπερνά τα 0.2 mm .

Παρατηρώ ότι το πάχος για FRP που προκύπτει από τον ΕΚ8-3 είναι πολύ μικρότερο από το αντίστοιχο του ΚΑΝ.ΕΠΕ .

3. ΕΞΑΓΩΓΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ M-θ ΚΑΤΑ ΚΑΝ.ΕΠΕ ΚΑΙ ΕΚ8-3

Για τις περιπτώσεις : αμάτιστο, ματισμένο, ματισμένο με CFRP, αμάτιστο με CFRP

Να σημειωθεί ότι στις δύο περιπτώσεις ματισμένων υποστυλωμάτων το μήκος μάτισης είναι 500 mm .

- Αμάτιστο υποστύλωμα (ΚΑΝ.ΕΠΕ)

Υπολογισμός M_y {ΚΑΝ.ΕΠΕ Παράρτημα 7Α}

$$\rho = \rho' = \frac{4 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 20^2}{4}\right)}{300^2} = 0.014 \quad (31)$$

$$d' = d_1 = c + \varphi_h + \varphi_{(L/2)} = 43 \text{ mm} \quad d = h - d_1 = 300 - 43 = 257 \text{ mm} \quad \rho_v = 0 \quad (32)(33)(34)$$

$$\delta' = \frac{d'}{d} = \frac{43}{257} = 0.167 \quad \alpha = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200}{27.5} = 7.27 \quad (35)(36)$$

$$(1/r)_y = 1.77 \cdot \left(\frac{f_y}{E_s \cdot h}\right) = 1.77 \cdot \left(\frac{575}{(200000 \cdot 0.3)}\right) = 0.0169 \text{ m}^{-1} \quad (\text{A.7a}) \quad (37)$$

Για διαρροή λόγω χάλυβα :

$$A = \rho + \rho' + \rho_v + \frac{N}{(d \cdot d \cdot f_y)} = 0.014 + 0.014 + \frac{800}{(300 \cdot 300 \cdot 575)} = 0.028 \quad (38)$$

$$B = \rho + \rho' \cdot \delta' + 0.5 \cdot \rho_v \cdot (1 + \delta') + \frac{N}{(b \cdot d \cdot f_y)} = 0.014 + 0.014 \cdot 0.143 + \frac{800}{(300^2 \cdot 575)} = 0.016 \quad (39)$$

$$\xi_y = (\alpha^2 \cdot A^2 + 2 \cdot \alpha \cdot B^2)^{(1/2)} - \alpha \cdot A = (7.27^2 \cdot 0.028^2 + 2 \cdot 7.27 \cdot 0.016)^{(1/2)} - 7.27 \cdot 0.028 = 0.32 \quad (40)$$

$$\frac{M_y}{(b \cdot d^3)} = (1/r)_y \cdot [E_c \cdot \frac{\xi_y^2}{2} \cdot [0.5 \cdot (1 + \delta') - \frac{\xi_y}{3}] + [(1 - \xi_y) \cdot \rho + (\xi_y - \delta') \cdot \rho' + \frac{\rho_v}{6} \cdot (1 - \delta')] \cdot (1 - \delta') \cdot \frac{E_s}{2}] \quad (41)$$

$$M_y = 0.3 \cdot 0.25^3 \cdot 0.0169 \text{ m}^3 \cdot 27.5 \text{ GPa} \cdot \frac{0.32^2}{2} \cdot [0.5 \cdot (1 + 0.167) - \frac{0.32}{3}]$$

$$+ [(1 - 0.32) \cdot 0.014 + (0.32 - 0.167) \cdot 0.014] \cdot (1 - 0.167) \cdot \frac{200 \text{ GPa}}{2} = 132 \text{ KNm}$$

Υπολογισμός θ_v, θ_u

$$v_d = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{800}{0.3^2 \cdot 24000} = 0.37 \quad L_s = \frac{h}{2} = \frac{2.5}{2} = 1.25 \text{ m} \quad (\S 7.2.3) \quad (42)(43)$$

$$\alpha_s = \frac{L_s}{h} = \frac{1.25}{0.3} = 4.16 \quad \{\text{KAN.EΠE 7.2.2}(\delta)\} \quad (44)$$

$$\omega = \omega' = \frac{(2 \Phi 20)}{300^2} \cdot \frac{575}{24} = 0.167 \quad \rho_s = \frac{A_{sh}}{b_w \cdot s_h} = \frac{(2 \Phi 8)}{214 \cdot 100} = 0.0023 \quad \rho_d = 0 \quad (45)(46)(47)$$

$$b_c = b - 2 \cdot (c + \varphi_h + \varphi_{L/2}) = 300 - 2 \cdot 43 = 214 \text{ mm} \quad (48)$$

$$h_c = h - 2 \cdot (c + \varphi_h + \varphi_{L/2}) = 300 - 2 \cdot 43 = 214 \text{ mm} \quad (49)$$

$$\alpha = (1 - \frac{s_h}{2 \cdot b_c}) \cdot (1 - \frac{s_h}{2 \cdot h_c}) \cdot (1 - \frac{\Sigma b_i^2}{6 \cdot b_c \cdot h_c}) \quad (50)$$

$$a = (1 - \frac{0.1}{2 \cdot 0.214}) \cdot (1 - \frac{0.1}{2 \cdot 0.214}) \cdot (1 - \frac{2 \cdot 0.214^2 + 2 \cdot 0.214^2}{6 \cdot 0.214 \cdot 0.214}) = 0.196$$

{KAN.EΠE 7.2.2 (Σ2)} Γωνία στροφής χορδής θ_y στην καμπτική διαρροή υποστυλώματος

$$\theta_y = (1/r)_y \cdot \frac{L_s + \alpha_v \cdot z}{3} + 0.0014 \cdot (1 + 1.5 \cdot \frac{h}{L_s}) + \frac{(1/r)_y \cdot d_b \cdot f_y}{8 \cdot \sqrt{f_c}} \quad (51)$$

$$\theta_y = 0.0169 \cdot \frac{1.25 + 0}{3} + 0.0014 \cdot (1 + 1.5 \cdot \frac{0.3}{1.25}) + \frac{0.0169 \cdot 0.02 \cdot 575}{8 \cdot \sqrt{24}}$$

$$\theta_y = 0.0167$$

{KAN.EΠE 7.2.4 (Σ8α)}

$$\theta_{um} = \frac{1}{1.2} \cdot 0.016 \cdot (0.3^y) \cdot [\frac{\max(0.01, \omega')}{\max(0.01, \omega)} \cdot f_c]^{0.225} \cdot (\alpha_s)^{0.35} \cdot 25^{(\alpha \cdot \rho_s \cdot \frac{f_{yk}}{f_c})} \cdot (1.25^{100 \cdot \rho_s}) \quad (52)$$

$$\theta_{um} = \frac{1}{1.2} \cdot 0.016 \cdot (0.3^{0.37}) \cdot \left[\frac{\max(0.01, 0.167)}{\max(0.01, 0.167)} \cdot 24 \right]^{0.225} \cdot (4.16)^{0.35} \cdot 25^{(0.196 - 0.0023 \cdot \frac{575}{24})} \cdot 1$$

$$\theta_{um} = 0.0296$$

- Ματισμένο υποστύλωμα (KAN.ΕΠΕ)

$$l_{bmin} = 0.3 \cdot d_b \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} = 0.3 \cdot 20 \cdot \frac{575}{\sqrt{24}} = 704 \text{ mm} > l_b = 500 \text{ mm} \quad \{\text{KAN.ΕΠΕ 7.2 (}\Sigma 1)\} \quad (53)$$

Πρέπει να πολλαπλασιάσω το f_y με l_b/l_{bmin} .

Υπολογισμός M_y {KAN.ΕΠΕ Παράρτημα 7Α}

$$(1/r)_y = 1.77 \cdot \left(\frac{f_y \cdot l_b / l_{bmin}}{E_s \cdot h} \right) = 1.77 \cdot \left(\frac{575 \cdot 0.5 / 0.7}{200000 \cdot 0.3} \right) = 0.012 \text{ m}^{-1} \quad (\text{A.7a}) \quad (54)$$

Για διαρροή λόγω χάλυβα :

$$A = \rho + \rho' + \rho_v + \frac{N}{(d \cdot d \cdot f_y \cdot l_b / l_{bmin})} = 0.014 + 0.014 + \frac{800}{(300 \cdot 300 \cdot 575 \cdot 500 / 704)} = 0.028 \quad (55)$$

$$B = \rho + \rho' \cdot \delta' + 0.5 \cdot \rho_v \cdot (1 + \delta') + \frac{N}{(b \cdot d \cdot f_y \cdot l_b / l_{bmin})} \quad (56)$$

$$B = 0.014 + 0.014 \cdot 0.143 + \frac{800}{(300^2 \cdot 575 \cdot 500 / 704)} = 0.016$$

$$\xi_y = (\alpha^2 \cdot A^2 + 2 \cdot \alpha \cdot B^2)^{(1/2)} - \alpha \cdot A = (7.27^2 \cdot 0.028^2 + 2 \cdot 7.27 \cdot 0.016)^{(1/2)} - 7.27 \cdot 0.028 = 0.32 \quad (57)$$

$$\frac{M_y}{(b \cdot d^3)} = (1/r)_y \cdot \left[E_c \cdot \frac{\xi_y^2}{2} \cdot \left[0.5 \cdot (1 + \delta') - \frac{\xi_y}{3} \right] + \left[(1 - \xi_y) \cdot \rho + (\xi_y - \delta') \cdot \rho' + \frac{\rho_v}{6} \cdot (1 - \delta') \right] \cdot (1 - \delta') \cdot \frac{E_s}{2} \right] \quad (58)$$

$$M_y = 0.3 \cdot 0.25^3 \cdot 0.012 \text{ m}^3 \cdot 27.5 \text{ GPa} \cdot \frac{0.32^2}{2} \cdot \left[0.5 \cdot (1 + 0.167) - \frac{0.32}{3} \right] \\ \zeta + \left[(1 - 0.32) \cdot 0.014 + (0.32 - 0.167) \cdot 0.014 \right] \cdot (1 - 0.167) \cdot \frac{200 \text{ GPa}}{2} = 93 \text{ KNm}$$

Υπολογισμός θ_y , θ_u

$$A_{stot} = 4\Phi 20 = 1256 \text{ mm}^2$$

$$\omega_{tax} = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{1256 \cdot 575}{300^2 \cdot 24} = 0.33 \quad \frac{d_1}{h} = \frac{43}{300} = 0.143 \quad (59)(60)$$

Από Μαθήματα Οπλισμένου Σκυροδέματος Μερους Ι, Σχ 4.8(κ) προκύπτει $\mu_d = 0.2$

$$M_{Rd} = \mu_d \cdot b \cdot h^2 \cdot f_{cd} = 0.2 \cdot 0.3^3 \cdot 24000 = 130 \text{ KNm} \quad (61)$$

Λόγω της σημείωσης {KAN.ΕΠΕ 7.2.2 (δ)(β)} ο τύπος του θ_y γίνεται :

$$\theta_y = (1/r)_y \cdot \frac{L_s + \alpha_v \cdot z}{3} + 0.0014 \cdot (1 + 1.5 \cdot \frac{h}{L_s}) \cdot \frac{M_y}{M_{Rd}} + \frac{(1/r)_y \cdot d_b \cdot f_y \cdot l_b / l_{bmin}}{8 \cdot \sqrt{f_c}} \quad (62)$$

$$\theta_y = 0.0169 \cdot \frac{1.25 + 0}{3} + 0.0014 \cdot (1 + 1.5 \cdot \frac{0.3}{1.25}) \cdot \frac{93}{130} + \frac{0.0169 \cdot 0.02 \cdot 575 \cdot 0.5 / 0.7}{8 \cdot \sqrt{24}}$$

$$\theta_y = 0.0088$$

{KAN.ΕΠΕ 7.2.4 (Σ.8β)}

$$\theta_{um}^{\text{pl}} = \theta_u - \theta_y = 0.0145 \cdot (0.25^v) \cdot \left[\frac{\max(0.01, \omega')}{\max(0.01, \omega)} \right]^{0.3} \cdot (f_c)^{0.2} \cdot (\alpha_s)^{0.35} \cdot 25^{(\alpha \cdot \rho_s \cdot \frac{f_{yw}}{f_c})} \cdot (1.275^{100 \cdot \rho_s}) \quad (63)$$

Σύμφωνα με την {KAN.ΕΠΕ 7.2.4.1.β (iii)(iv)} το δεξί μέλος της σχέσης (Σ.8β) πολλαπλασιάζεται επί $l_b / l_{bu, \min}$ και διαιρείται με 1.2 .

$$\alpha_1 = (1 - \frac{s_h}{2 \cdot b_c}) \cdot (1 - \frac{s_h}{2 \cdot h_c}) \cdot \frac{n_{resv}}{n_{tot}} = (1 - \frac{0.1}{2 \cdot 0.214})^2 \cdot \frac{4}{4} = 0.58 \quad (64)$$

$$l_{bu, \min} = \frac{\Phi \cdot f_y}{(1.05 + 14.5 \cdot \alpha_1 \cdot \rho_s \cdot \frac{f_{yw}}{f_c}) \cdot \sqrt{f_c}} \quad (65)$$

$$l_{bu, \min} = \frac{20 \cdot 575}{(1.05 + 14.5 \cdot 0.58 \cdot 0.0023 \cdot \frac{575}{24}) \cdot \sqrt{24}} = 1551 \text{ mm}$$

{Σ.8β}

$$\theta_{um}^{\text{pl}} = \frac{1}{1.2} \cdot 0.0145 \cdot (0.25^{0.37}) \cdot [1]^{0.3} \cdot (24)^{0.2} \cdot (4.16)^{0.35} \cdot 25^{(0.196 - 0.0023 \cdot \frac{575}{24})} \cdot 1 \cdot \frac{500}{1551} = 0.0073$$

$$\text{άρα, } \theta_u = \theta_{um}^{\text{pl}} + \theta_y = 0.0073 + 0.0088 = 0.016 \quad (66)$$

- Ματισμένο υποστύλωμα με CFRP (EK8-3 Παράρτημα Α)

Στοιχεία CFRP : $E_f = 250 \text{ GPa}$, $f_{u,f} = 2500 \text{ MPa}$, $\varepsilon_{u,f} = 0.015$, $t_f = 0.9 \text{ mm}$ (3 στρώσεις)
θεωρώ $R = 40 \text{ mm}$

$$\omega = \frac{(2 \Phi 20)}{300^2} \cdot \frac{575}{24} = 0.167 \quad (67)$$

$$\omega' = 2 \cdot \omega = 0.334 \quad \{\text{A.3.2.2 (4)}\} \quad (68)$$

{EK8-3 A.4.4.3 (6)}

$$\rho_f = \frac{2 \cdot t_f}{b_w} = \frac{2 \cdot 0.9}{300} = 6 \cdot 10^{-3} \quad (69)$$

$$f_{f, \varepsilon} = \min(f_{u,f}, \varepsilon_{u,f} \cdot E_f) \cdot [1 - 0.7 \cdot \min(f_{u,f}, \varepsilon_{u,f} \cdot E_f) \cdot \frac{\rho_f}{f_c}] \quad (70)$$

$$f_{f,\varepsilon} = \min(2500, 3570) \cdot \left[1 - 0.7 \cdot \min(2500, 3570) \cdot \frac{6 \cdot 10^{-3}}{24} \right] = 1407 \text{ MPa}$$

$$\alpha = 1 - \frac{(b - 2 \cdot R)^2 + (h - 2 \cdot R)^2}{3 \cdot b \cdot h} = 1 - \frac{(300 - 2 \cdot 40)^2 + (300 - 2 \cdot 40)^2}{3 \cdot 300 \cdot 300} = .642 \quad (71)$$

$$\alpha_{i,f} = \alpha \cdot \left(\frac{4}{n_{tot}} \right) = 0.642 \cdot \left(\frac{4}{4} \right) = 0.642$$

{EK8-3 A.4.4.4 (3)}

$$l_{ou,min} = \frac{d_{bL} \cdot f_{yL}}{\left[(1.05 + 14.5 \cdot \alpha_{i,f} \cdot \rho_f \cdot f_{f,\varepsilon} / f_c) \cdot \sqrt{f_c} \right]} \quad (73)$$

$$l_{ou,min} = \frac{20 \cdot 575}{\left[(1.05 + 14.5 \cdot 0.642 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 1407 / 24) \cdot \sqrt{24} \right]} = 719 \text{ mm} > l_o = 500 \text{ mm}$$

{EK8-3 (A1)}

$$\theta_{um} = \frac{1}{\gamma_{ei}} \cdot 0.016 \cdot (0.3^v) \cdot \left[\frac{\max(0.01, \omega')}{\max(0.01, \omega)} \cdot f_c \right]^{0.225} \cdot \left(\min \left(9, \frac{L_v}{h} \right) \right)^{0.35} \cdot 25^{(\alpha \cdot \rho_w \cdot \frac{f_w}{f_c} - \alpha \cdot \rho_f \cdot \frac{P_{f,\varepsilon}}{f_c})} \cdot (1.25^{100 \cdot \rho_s}) \quad (74)$$

$$\theta_{um} = \frac{1}{1.5} \cdot 0.016 \cdot (0.3^{0.37}) \cdot \left[\frac{\max(0.01, 0.334)}{\max(0.01, 0.167)} \cdot 24 \right]^{0.225} \cdot \left(\min \left(9, \frac{1.25}{0.3} \right) \right)^{0.35} \cdot 25^{(0.196 \cdot 0.0023 \cdot \frac{575}{24} - 0.642 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1407}{24})} \cdot 1$$

$$\theta_{um} = 0.0562$$

{EK8-3 A.3.2.2 (4)} Στη σχέση (A3) πολλαπλασιάζω με $l_o / l_{ou,min}$, καθώς $l_o < l_{ou,min}$.

{EK8-3 (A3)}

$$\theta_{um}^{pl} = \theta_{um} - \theta_y = \frac{l_o}{l_{ou,min}} \cdot \frac{1}{\gamma_{ei}} \cdot 0.0145 \cdot (0.25^v) \cdot \left[\frac{\max(0.01, \omega')}{\max(0.01, \omega)} \cdot f_c \right]^{0.225} \cdot f_c^{0.2} \cdot \left(\min \left(9, \frac{L_v}{h} \right) \right)^{0.35} \cdot 25^{(\alpha \cdot \rho_w \cdot \frac{f_w}{f_c} - \alpha \cdot \rho_f \cdot \frac{P_{f,\varepsilon}}{f_c})} \cdot (1.25^{100 \cdot \rho_s})$$

$$\theta_{um}^{pl} = \frac{500}{719} \cdot \frac{1}{1.8} \cdot 0.0145 \cdot (0.25^{0.37}) \cdot \left[\frac{\max(0.01, 0.334)}{\max(0.01, 0.167)} \cdot 24 \right]^{0.225} \cdot 24^{0.2} \cdot \left(\min \left(9, \frac{1.25}{0.3} \right) \right)^{0.35} \cdot 25^{(0.196 \cdot 0.0023 \cdot \frac{575}{24} - 0.642 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1407}{24})} \cdot 1$$

$$\theta_{um}^{pl} = 0.0268 \quad (75)$$

$$\alpha \rho_a, \quad \theta_y = \theta_{um} - \theta_{um}^{pl} = 0.0562 - 0.0268 = 0.0294 \quad (76)$$

- Αμάτιστο υποστύλωμα με CFRP (EK8-3 Παράρτημα Α)

Ομοίως με την περίπτωση του ματισμένου υποστυλώματος, με $\omega = \omega'$, και χωρίς να πολλαπλασιάζω το θ_{um}^{pl} με $l_o / l_{ou,min}$.

{EK8-3 (A1)}

$$\theta_{um} = \frac{1}{\gamma_{ei}} \cdot 0.016 \cdot (0.3^v) \cdot \left[\frac{\max(0.01, \omega')}{\max(0.01, \omega)} \cdot f_c \right]^{0.225} \cdot \left(\min \left(9, \frac{L_v}{h} \right) \right)^{0.35} \cdot 25^{(\alpha \cdot \rho_w \cdot \frac{f_w}{f_c} - \alpha \cdot \rho_f \cdot \frac{P_{f,\varepsilon}}{f_c})} \cdot (1.25^{100 \cdot \rho_s}) \quad (77)$$

$$\theta_{um} = \frac{1}{1.5} \cdot 0.016 \cdot (0.3^{0.37}) \cdot \left[\frac{\max(0.01, 0.167)}{\max(0.01, 0.167)} \cdot 24 \right]^{0.225} \cdot \left(\min \left(9, \frac{1.25}{0.3} \right) \right)^{0.35} \cdot 25^{(0.196 \cdot 0.0023 \cdot \frac{575}{24} - 0.642 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1407}{24})} \cdot 1$$

$$\theta_{um} = 0.048$$

{EK8-3 (A3)}

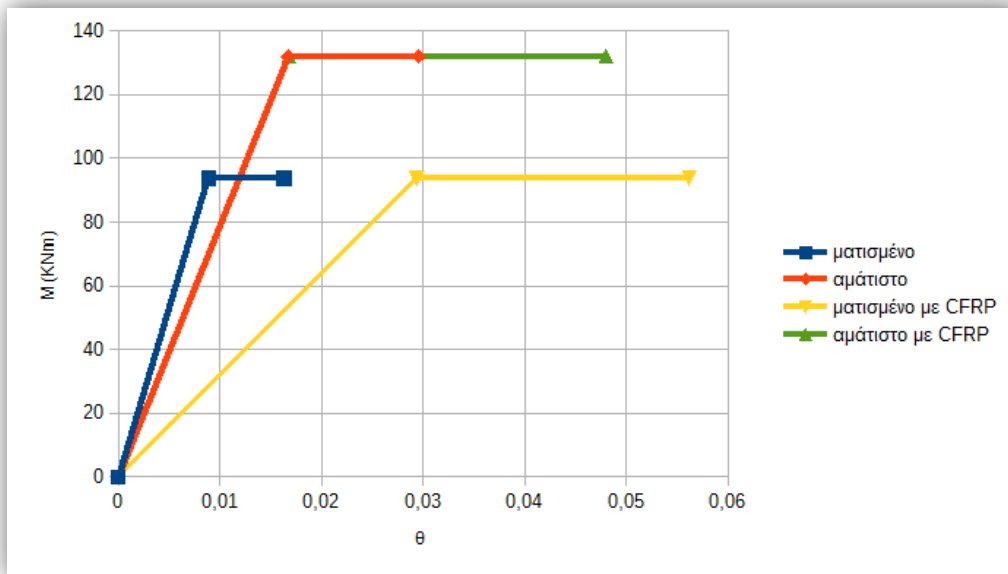
$$\theta_{um}^{pl} = \theta_{um} - \theta_y = \frac{1}{\gamma_{ei}} \cdot 0.0145 \cdot (0.25^{\nu'}) \cdot \left[\frac{\max(0.01, \omega')}{\max(0.01, \omega)} \cdot f_c \right]^{0.225} f_c^{0.2} \cdot \left(\min\left(9, \frac{I_{vy}}{h}\right) \right)^{0.35} \cdot 25^{(\alpha \cdot \rho_w \frac{f_w}{f_c} + \alpha \cdot \rho_f \frac{\rho_{f,s}}{f_c})} \cdot (1.25^{100 \cdot \rho_s}) \quad (78)$$

$$\theta_{um}^{pl} = \frac{1}{1.8} \cdot 0.0145 \cdot (0.25^{0.37}) \cdot \left[\frac{\max(0.01, 0.167)}{\max(0.01, 0.167)} \cdot 24 \right]^{0.225} 24^{0.2} \cdot \left(\min\left(9, \frac{1.25}{0.3}\right) \right)^{0.35} \cdot 25^{(0.196 \cdot 0.0023 \frac{575}{24} + 0.642 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1407}{24})}$$

$$\theta_{um}^{pl} = 0.0312$$

άρα, $\theta_y = \theta_{um} - \theta_{um}^{pl} = 0.048 - 0.0312 = 0.0168$ (79)

Τα διαγράμματα που προκύπτουν για τις 4 διαφορετικές περιπτώσεις που μελετήθηκαν είναι τα εξής:

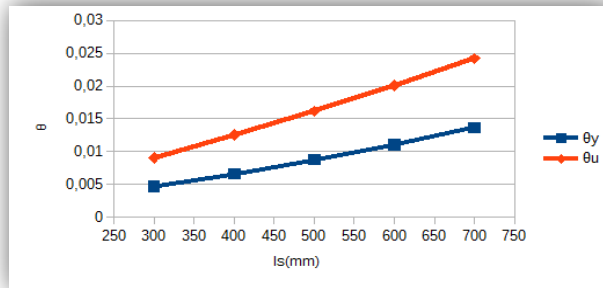


Διάγραμμα 1: Καμπύλες M-θ των τεσσάρων περιπτώσεων που υπολογίστηκαν για μήκος μάτισης 500mm (25Φ).

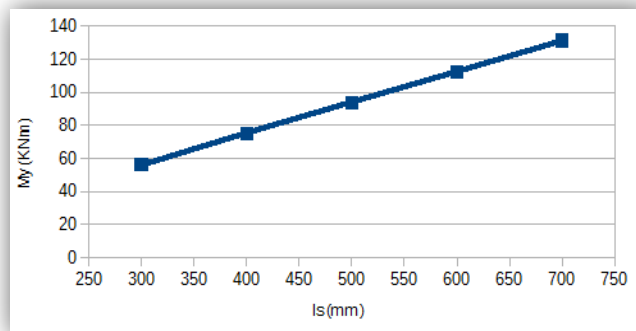
Παρατηρήσεις:

- 1) Η ροπή διαρροής M_y είναι κοινή για κάθε ζεύγος ματισμένων και αμάτιστων.
- 2) Στην περίπτωση του υποστυλώματος με ανεπαρκείς αναμονές ,λόγω της περίσφιγξης που προσφέρει το CFRP , οι τιμές των θ_y και θ_u σχεδόν τριπλασιάζονται.
- 3) Αντίθετα, στην περίπτωση του υποστυλώματος χωρίς ματίσεις η επιρροή της περίσφιγξης λόγω CFRP είναι αισθητά μικρότερη, με την τιμή του θ_y να παραμένει σχεδόν ίδια, ενώ του θ_u να αυξάνεται κατά 40% περίπου.

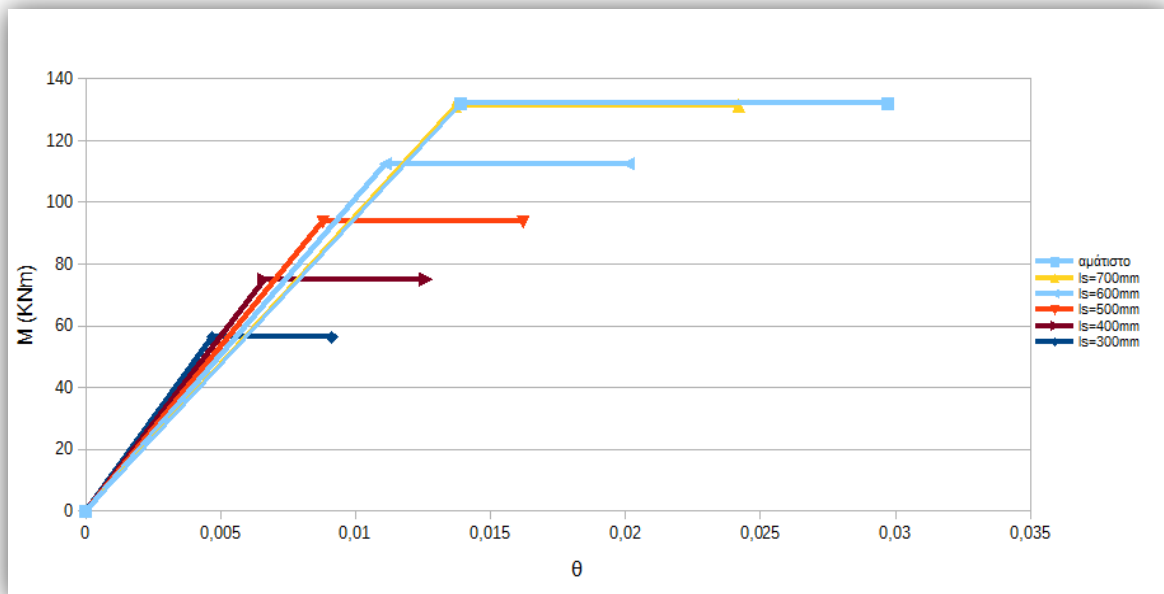
3. ΕΠΙΡΡΟΗ ΜΗΚΟΥΣ ΜΑΤΙΣΗΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ M-θ ΚΑΤΑ ΚΑΝ.ΕΠΕ



Διάγραμμα 2: Συμπεριφορά θ_y και θ_u για αύξηση μήκους μάτισης



Διάγραμμα 3: Συμπεριφορά M_y για αύξηση μήκους μάτισης



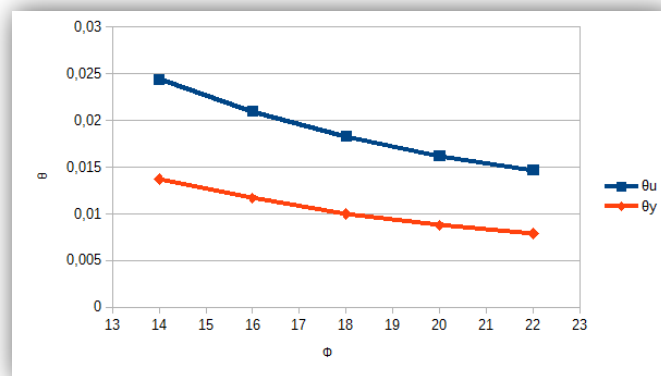
Διάγραμμα 4: Καμπύλες $M-\theta$ για αύξηση μήκους μάτισης

Στο παραπάνω διάγραμμα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των υπολογισμών των M_y , θ_y και θ_u κατά ΚΑΝ.ΕΠΕ για πέντε χαρακτηριστικά μήκη μάτισης και για υποστύλωμα χωρίς ματίσεις.

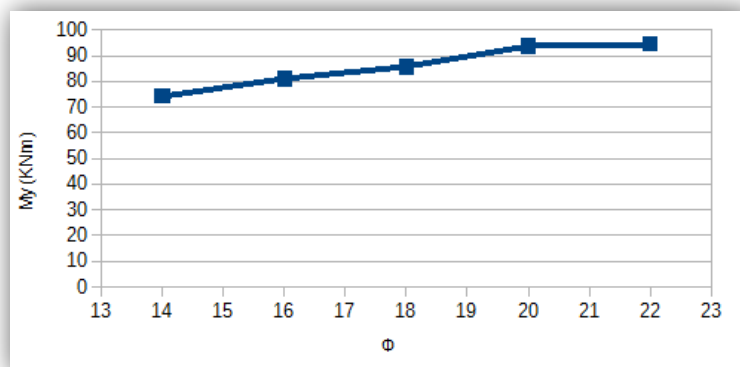
Παρατηρήσεις:

- 1) Φαίνεται καθαρά ότι το μήκος μάτισης είναι ανάλογο με το διάγραμμα που θα προκύψει, δηλαδή όσο αυξάνεται το μήκος μάτισης, αυξάνονται και οι τιμές των M_y , θ_y και θ_u , δηλαδή γενικά η αντοχή και πλαστιμότητα του υποστυλώματος.
- 2) Προκύπτει από τους υπολογισμούς με τα συγκεκριμένα δεδομένα ότι για το υποστύλωμα με μήκος μάτισης 700mm (35Φ) και για το αντίστοιχο αμάτιστο, οι καμπύλες συμπίπτουν, με τη μόνη διαφορά ότι η γωνία στροφής χορδής του αμάτιστου είναι μεγαλύτερη.
- 3) Και οι τρεις τιμές M_y , θ_y και θ_u αυξάνονται σταθερά για αύξηση μήκους μάτισης.

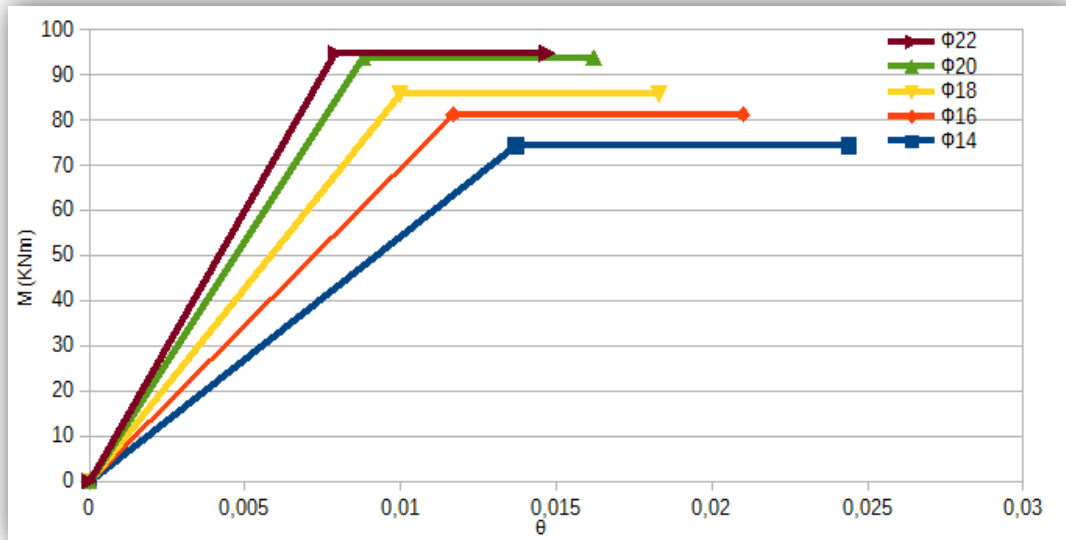
4. ΕΠΙΡΡΟΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟΥ ΔΙΑΜΗΚΗ ΟΠΛΙΣΜΟΥ ΣΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ Μ-θ



Διάγραμμα 5: Συμπεριφορά θ_y και θ_u για αύξηση διαμέτρου οπλισμού



Διάγραμμα 6: Συμπεριφορά M_y για αύξηση διαμέτρου οπλισμού

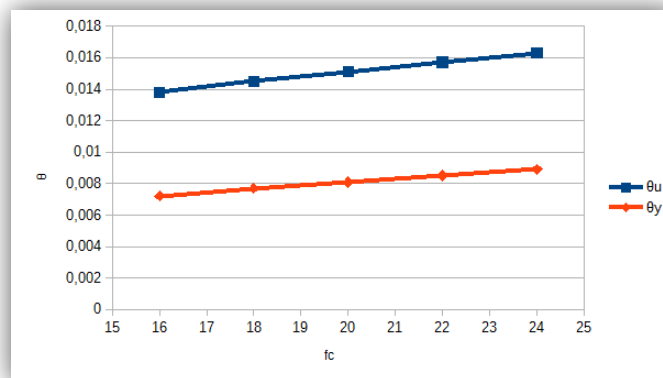


Διάγραμμα 7: Καμπύλες M-θ για αύξηση διαμέτρου διαμήκη σπλισμού

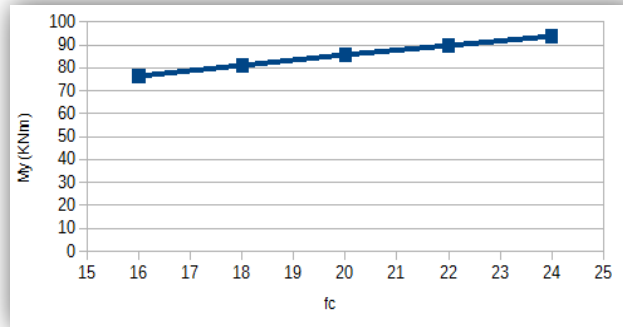
Παρατηρήσεις:

- 1) Όσο αυξάνεται η διάμετρος του σπλισμού, αυξάνεται και η ροπή διαρροής, ενώ αντίθετα οι τιμές των θ_y και θ_u μειώνονται.
- 2) Οι τιμές των θ_y και θ_u μειώνονται σταθερά.
- 3) Η τιμή της M_y αυξάνεται περίπου με τον ίδιο ρυθμό μέχρι το Φ20, αλλά στο Φ22 η τιμή της αυξάνεται ελάχιστα, το οποίο αντιφάσκει με τα υπόλοιπα αποτελέσματα.

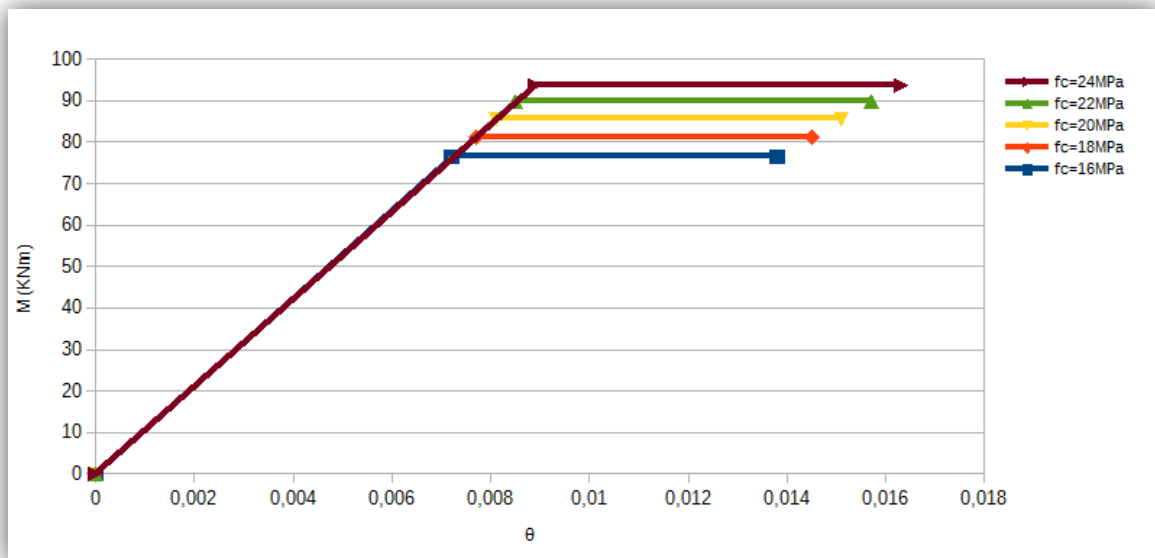
5. ΕΠΙΡΡΟΗ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ M-θ



Διάγραμμα 8: Συμπεριφορά θ_y και θ_u για αύξηση ποιότητας σκυροδέματος



Διάγραμμα 9: Συμπεριφορά M_y για αύξηση ποιότητας σκυροδέματος



Διάγραμμα 10: Καμπύλες $M-\theta$ για αύξηση ποιότητας σκυροδέματος

Παρατηρήσεις:

- 1) Κατά την αύξηση της αντοχής του σκυροδέματος παρατηρείται και μια μικρή αύξηση στις τιμές των M_y , θ_y και θ_u .
- 2) Οι τιμές των M_y , θ_y και θ_u αυξάνονται με σταθερό ρυθμό.

6.ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- 1) Βασικό συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι σε ένα υποστύλωμα στο οποίο δεν υπάρχουν ματίσεις, η ροπή διαρροής του είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από εκείνη σε ένα αντίστοιχο υποστύλωμα το οποίο έχει ανεπαρκείς ματίσεις. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, για μήκος μάτισης 500 mm, η ροπή του αμάτιστου είναι κατά 30% μεγαλύτερη. Επιπλέον, όταν επιβάλλεται και εξωτερική περίσφιγξη από στρώσεις FRP, η ροπή δεν μεταβάλλεται, αλλά οι τιμές των θ_y και θ_u αυξάνονται, πολύ πιο έντονα δε στην περίπτωση του ανεπαρκώς ματισμένου υποστυλώματος.

- 2) Από τις τρεις παραμέτρους που μελετήθηκαν, περισσότερο καθοριστική συνολικά στις τιμές των M_y , θ_y και θ_u είναι το μήκος μάτισης των ράβδων οπλισμού, μετά ακολουθεί η διάμετρος των οπλισμών, και τέλος η ποιότητα του σκυροδέματος.
- 3) Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει το γεγονός ότι αυξάνοντας τη διάμετρο του οπλισμού, οι τιμές των θ_y και θ_u μειώνονται, πιθανότατα λόγω του μειωτικού συντελεστή $I_b / I_{bu,min}$.
- 4) Οι καμπύλες $M-\theta$ ενός υποστυλώματος χωρίς ματίσεις και ενός υποστυλώματος ματισμένου με το ελάχιστο δυνατό μήκος μάτισης ταυτίζονται, με τη διαφορά ότι το αμάτιστο έχει μεγαλύτερη γωνία στροφής χορδής αστοχίας, δηλαδή ουσιαστικά είναι πιο ανθεκτικό.

7. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] “ΚΑΝ.ΕΠΕ 2013 ΚΑΝΟΝΙΣΜΟΣ ΕΠΕΜΒΑΣΕΩΝ”

[2] “Ευρωκώδικας 1”

[3] “Ευρωκώδικας 8-Μέρος 3”

[4] Μηχαήλ Ν. Φαρδής, “Μαθήματα Οπλισμένου Σκυροδέματος Μέρος 1”, Πάτρα 2015

[5] Στέφανος Η. Δρίτσος, “Ενισχύσεις-Επισκευές Κατασκευών Οπλισμένου Σκυροδέματος”, Πάτρα 2016

