

**ΚΑΜΠΤΙΚΗ ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΕΠΙΚΟΛΛΗΤΑ  
ΕΛΑΣΜΑΤΑ  
Αριθμητική Εφαρμογή (2014-15)**

# Παρουσίαση Προβλήματος

$$V_2^r = q_d \cdot l_2$$

$$M_2 = -\frac{q_d \cdot l_2^2}{2}$$

$$V_1 = V_1^{\alpha\mu\phi} + \frac{M_2 - M_1}{l_1} = \frac{1}{2} \cdot q_d \cdot l_1 - \frac{q_d \cdot l_2^2}{4}$$

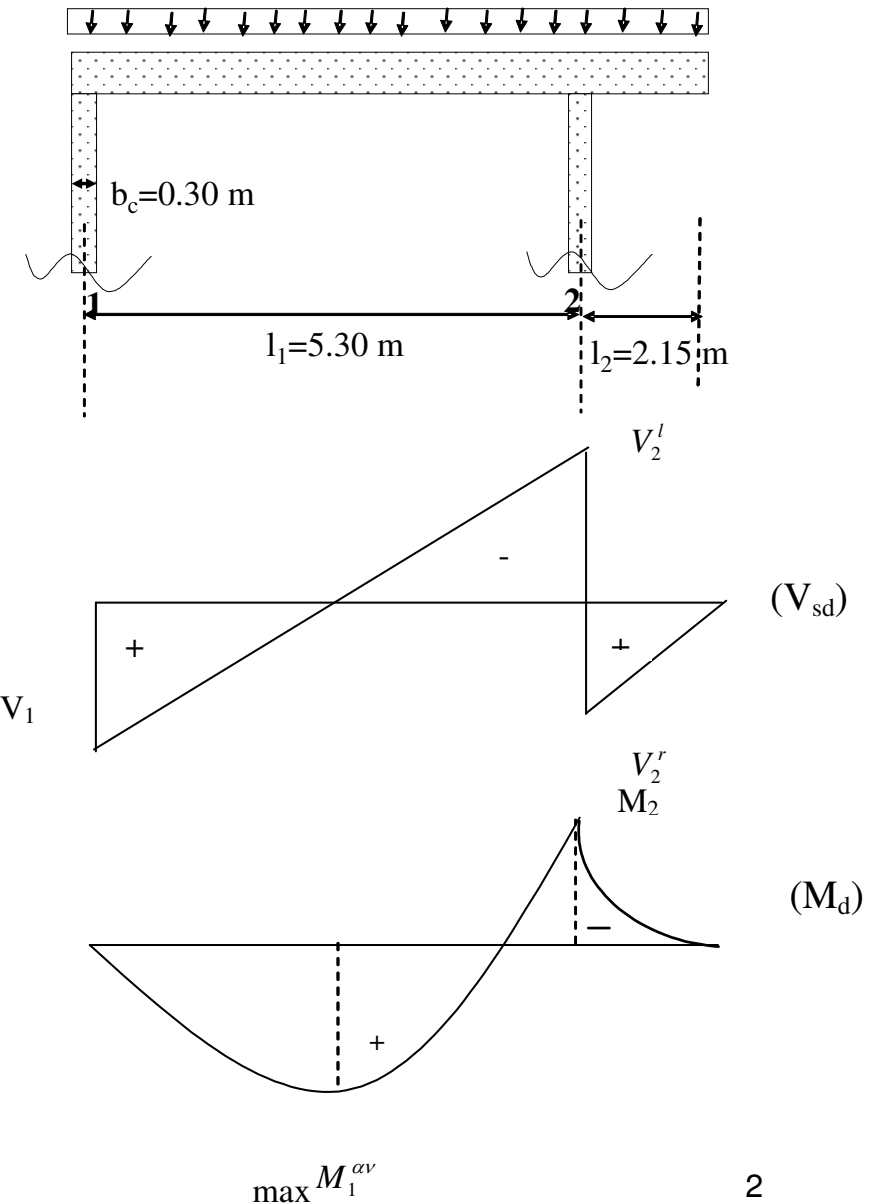
$$V_2^l = V_2^{\alpha\mu\phi} + \frac{M_2 - M_1}{l_1} = \frac{-q_d \cdot l_1}{2} - \frac{q_d \cdot l_2^2}{4}$$

$$\max M_1^{\alpha\nu} = \frac{V_1^2}{2q_d} + M_1$$

Τμήμα 1-2:

$$V(x) = -q_d \cdot x + \frac{q_d \cdot l_1}{2} - \frac{q_d \cdot l_2^2}{2 \cdot l_1}$$

$$M(x) = \frac{-q_d \cdot x^2}{2} + \left( \frac{q_d \cdot l_1}{2} - \frac{q_d \cdot l_2^2}{2 \cdot l_1} \right) \cdot x$$

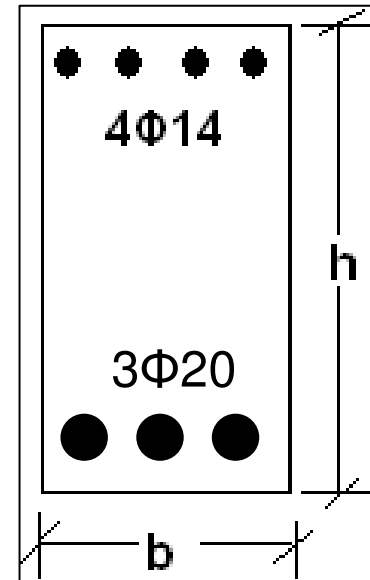


## Ζητείται ο έλεγχος στη στήριξη για φόρτιση 1.35G+1.50Q

$b=250\text{mm}$ ,  $h=500\text{mm}$ ,  $d_1=20\text{mm}$

C16/20, S220

Να θεωρηθεί ότι η δοκός έχει επαρκή  
διατμητική αντοχή



$$\text{Απαιτείται: } q_d=33\text{KN/m} \rightarrow M_2 = -\frac{33 \times 2^2}{2} = -66 \text{ KNm} \Rightarrow M_d = 66 \text{ KNm}$$

$$\text{Διατίθενται: } M_{sd} = \mu_{sd} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

$$4\Phi 14 \rightarrow A_s = 615,44\text{mm}^2 \rightarrow \omega_1 = 0,092 \rightarrow \mu_{sd} = 0,09 < \mu_{sd,lim}^* = 0,308$$

$$\text{Επομένως: } M_{Rdo} = 0,09 \cdot 0,25 \cdot 480^2 \cdot 16 / 1,5 = 55296\text{Nm} = 55,296\text{KNm}$$

$$\text{και: } \Delta M_{do} = M_d - M_{Rdo} = 66 - 55,296 = 10,7\text{KNm} \rightarrow \text{Ενίσχυση}$$

*Υπενθυμίζεται ότι κατά ΚΑΝ.ΕΠΕ. (§ 8.2.1.3(α)(vii)): “Αν η υπό ενίσχυση εφελκόμενη περιοχή του δομικού στοιχείου ενδέχεται, υπό συνθήκες ανακυκλιζόμενης έντασης, να βρεθεί υπό θλιπτική καταπόνηση, απαιτούνται πρόσθετα κατάλληλα μέτρα (π.χ. περίσφιγξη της περιοχής) για να παρεμποδιστεί ο “τοπικός λυγισμός” του υλικού. Διαφορετικά, δεν επιτρέπεται η εφαρμογή της τεχνικής”.*

# Καμπτική ενίσχυση με επικολλητά φύλλα χάλυβα

Έστω Χάλυβας S 235, με πάχος:  $t_j=1\text{mm}$  και  $E_j=200\text{GPa}$

*ΚΑΝ.ΕΠΕ. (εξίσωση 8.2)*

$$\sigma_{jd} = \frac{\Delta M_{do}}{z} = \frac{\Delta M_{do}}{0,9 \cdot d_j \cdot \sigma_{jd}}$$

Όπου έχει υπολογιστεί  $\Delta M_{do} = 10,7 \text{ KNm}$

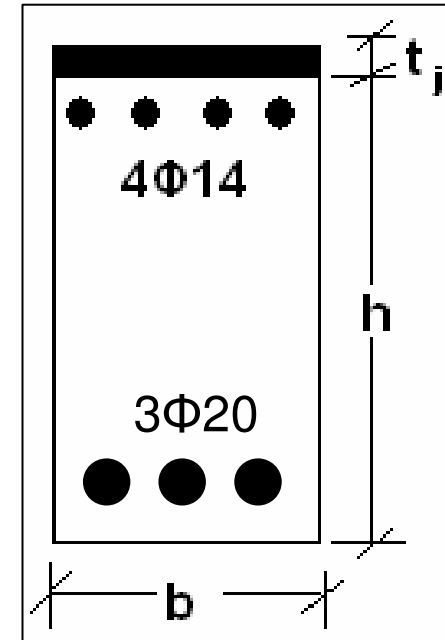
## Έλεγχος Αστοχίας Ιδίου Υλικού

S 235  $\Rightarrow f_{jk} = 235 \text{ MPa}$

$\gamma_m \geq$  από τιμή που χρησιμοποιείται στις μεταλλικές κατασκευές (ΚΑΝ.ΕΠΕ. § 4.5.3.2α).  
Λαμβάνεται 1,2.

*ΚΑΝ.ΕΠΕ. (εξίσωση 8.6)*

$$\sigma_{jd} = \frac{f_{jk}}{\gamma_m} = \frac{235}{1.2} = 195.8 \text{ MPa}$$



Έλεγχος πρόωρης αποκόλλησης υλικού ενίσχυσης λόγω ανεπάρκειας σύνδεσης κατά μήκος ή της αγκύρωσης των άκρων

*ΚΑΝ.ΕΠΕ. (εξίσωση 8.7)*

$$\sigma_{jd} = \frac{\sigma_{j,crit}}{\gamma_{Rd}} \Rightarrow \text{ΚΑΝ.ΕΠΕ. (εξίσωση 8.3)} \approx \beta \frac{T_b^{αΠΟΚ}}{t_j} L_e, \gamma_{Rd} = 1.2$$

$$(\alpha) \tau_b^{\alpha\text{ΠΟΚ.}} \cong f_{ctm} \quad \mu\epsilon \quad f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 16^{2/3} = 1,905 \text{ MPa}$$

$$(\beta) L_e = \sqrt{\frac{E_j t_j}{2 f_{ctm}}} = \sqrt{\frac{200 \cdot 10^3 \text{ MPa} \cdot 1 \text{ mm}}{2 \cdot 1.905 \text{ MPa}}} \Rightarrow L_e = 229 \text{ mm} \text{ ΚΑΝ.ΕΠΕ. (εξίσωση)}$$

$$(\gamma) \beta = \beta_w \beta_L \quad \text{ΚΑΝ.ΕΠΕ. (§ 8.2.1.3 α) ν):}$$

$$\bullet \mu\epsilon \quad \beta_L = \sin\left(\frac{\pi\lambda}{2}\right) \cong \lambda(2-\lambda)$$

$$\text{θεωρώντας: } L_{av} > L_e \rightarrow \lambda > 1$$

$$\Rightarrow \beta_L = 1$$

$$\bullet \mu\epsilon \quad \beta_w = \sqrt{\frac{2 - (b_j/b_w)}{1 + (b_j/b_w)}}$$

$$b_j = b_w = b$$

$$\Rightarrow \beta_w = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \beta = 1 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sigma_{j,crit.} = \beta \frac{\tau_b^{\alpha\text{ΠΟΚ.}}}{t_j} L_e = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1.905 \text{ MPa}}{1 \text{ mm}} \cdot 229 \text{ mm} = 308.5 \text{ MPa}$$

$$\text{Επομένως: } \sigma_{jd} = 308,5/1,2 = 257 \text{ MPa} \quad > \quad f_{yd} = 195.8 \text{ MPa}$$

Αντικαθιστώντας την αρχική εξίσωση:

$$A_j = \frac{\Delta M_{do}}{z \sigma_{jd}} = \frac{\Delta M_{do}}{0,9 \cdot d_j \cdot \sigma_{jd}} = \frac{10700}{0,9 \cdot 0,5005 \cdot 195,8} = 121,3 \text{ mm}^2$$

Όπου  $d_j = 500,5 \text{ mm}$  Στατικό ύψος ενισχυμένης διατομής, μετρούμενο από την στάθμη του εξωτερικού σπλισμού

Όμως  $A_j = b t_j$   
 $\rightarrow t_j = 121,30/250 \cong 0,485 \text{ mm}$

Η διαφορά αρχικής επιλογής  $t_j = 1 \text{ mm}$  και του τελικού αποτελέσματος  $t_j = 0,485 \text{ mm}$  είναι περισσότερο από 10%. Επομένως το αποτέλεσμα δεν γίνεται δεκτό.

Η διαδικασία πρέπει να επαναληφθεί αρχικά θεωρώντας  $t_j = 0.50 \text{ mm}$  και μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση.

Στη συνέχεια για λόγους ενδεικτικής παρουσίασης του τρόπου ελέγχου πιθανής πρόωρης διατμητικής αστοχίας στην περιοχή απόληξης θεωρείται  $t_j = 0.5 \text{ mm}$ .

**Ειδικός έλεγχος πρόωρης διατμητικής αστοχίας του αρχικού στοιχείου στην περιοχή απόληξης του ελάσματος**

$$M_{sd,απολ.} \leq M_{Rdo} \quad \text{Και} \quad V_{sd,απολ.} \leq V_{cd,απολ.}$$

**Επιλέγεται η τοποθέτηση του ελάσματος, έτσι ώστε να καλύπτει όλη την περιοχή που εφελκύεται το πάνω πέλμα (περιοχή ΒΓΔ).**

(Οικονομικότερη Λύση με λιγότερο μήκος;)

Προσδιορίζεται η θέση του σημείου Β:

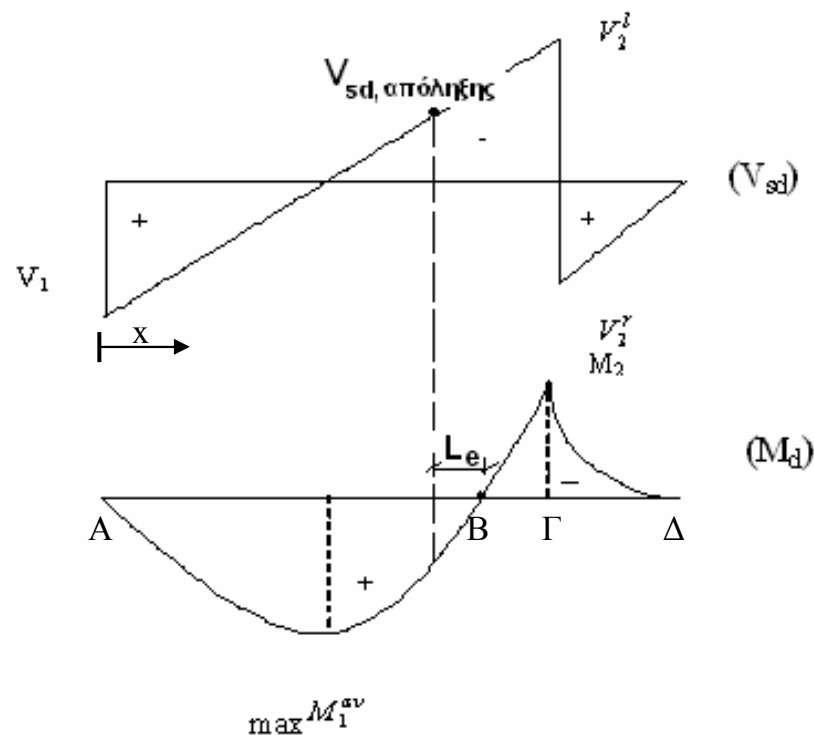
$$M(x) = \frac{-q_d \cdot x^2}{2} + \left( \frac{q_d \cdot l_1}{2} - \frac{q_d \cdot l_2^2}{2 \cdot l_1} \right) \cdot x$$

Για  $M=0 \rightarrow x=4430\text{mm}$

Θεωρώντας ότι το έλασμα επεκτείνεται κατά μήκος του  $L_e$  προκύπτει:

$$x_{απόληξης} = 4430 - L_e = 4430 - 229$$

$$x_{απόληξης} = 4201 \text{ mm}$$



$$M_{sd,απολ.} = M(x = 4.201) = \frac{-33 \cdot 4.201^2}{2} + \left( \frac{33 \cdot 5.30}{2} - \frac{33 \cdot 2.15^2}{2 \cdot 5.30} \right) \cdot 4.201 = 15.72 \text{ KNm}$$

$$M_{sd,απολ.} = 15.72 \text{ KNm} < 0.67 \cdot M_{Rdo} = 0.67 \cdot 55.3 = 37 \text{ KNm}$$

Και 
$$V(x) = -q_d \cdot x + \frac{q_d \cdot l_1}{2} - \frac{q_d \cdot l_2^2}{2 \cdot l_1}$$

$$\max V = |V_2^I| = V(x = 5.30) = \left| -33 \cdot 5.30 + \frac{33 \cdot 5.30}{2} - \frac{33 \cdot 2.15^2}{2 \cdot 5.30} \right| = 101.84 \text{ kN}$$

$$V_{sd,απόλ.} = V(x = 4.201) = -33 \cdot 4.201 + \frac{33 \cdot 4.201}{2} - \frac{33 \cdot 2.15^2}{2 \cdot 5.30} = -65.57 \text{ kN}$$



$$V_{cd} = V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot \min(2, 1,2 + 40\rho_l) \cdot \max(1, 1,6 - d)] \cdot b \cdot d$$

Έστω:  $A_s : 3\Phi 20 \rightarrow \rho_l = 0,0078 < 0,02$ ,  $\tau_{Rd} = 220 \text{ MPa}$ , C16/20 και  $d = 480 \text{ mm}$

$$V_{cd} = [220 \cdot \min(2, 1,2 + 40 \cdot 0,0078) \cdot \max(1, 1,6 - 0,481)] \cdot 0,250 \cdot 0,481$$

$$\text{Επομένως: } V_{cd} = 44,77 \text{ KN} < V_{sd, \text{απόληξης}} = 65,57 \text{ KN}$$

Άρα, απαιτείται πρόσθετος εξωτερικός οπλισμός διάτμησης που θα αναλάβει τέμνουσα:

(Τι θα μπορούσε να γίνει για να μην απαιτείται;)

*ΚΑΝ.ΕΠΕ. (εξίσωση Σ8.5):*

$$V_{sdj} = \frac{A_j \cdot \sigma_{jd}}{A_{so} \cdot f_{ydo} + A_j \cdot \sigma_{jd}} V_{sd, \text{απόληξης}} = \frac{(250 \cdot 0,5) \cdot 195,83}{615,44 \cdot 191,3 + (250 \cdot 0,5) \cdot 195,83} \cdot 65,57 = 11,26 \text{ KN}$$

$$\text{όπου: } f_{ydo} = \frac{220}{1,15} = 191,3 \text{ MPa}$$

Έστω για τον εξωτερικό οπλισμό διάτμησης S 235, b=25mm και t=1mm τότε:

$$V_{sdj} = V_{wd} = 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot \frac{A_{sw}}{s} \Rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = \frac{11,26}{0,9 \cdot 0,5005 \cdot 195,83} = 0,128 \Rightarrow \frac{2 \cdot 25 \cdot 1}{s} = 0,128$$

$$\Rightarrow s = 390 \text{ mm}$$

Απαιτείται έλεγχος για τη μέγιστη απόσταση λωρίδων:

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot \max\left(0,5, 0,7 - \frac{f_{ck}}{200}\right) f_{cd} \cdot b_w \cdot z = 0,5 \cdot \max\left(0,5, 0,7 - \frac{16}{200}\right) \frac{16000}{1,5} \cdot 0,25 \cdot 0,9 \cdot 0,48$$

$$V_{Rd2} = 414,7 \text{ KN}$$

$$\frac{2}{3} V_{Rd2} = 276,48 > V_{sd} = 95,7 > \frac{V_{Rd2}}{5} = 82,15 \rightarrow s_{max} \leq \min(0,6d, 300\text{mm})$$

$$s_{max} = 280\text{mm}$$

Επομένως, απαιτούμενο  $s = 390 \text{ mm} > s_{max} = 280 \text{ mm}$

Έτσι τώρα επιλέγεται έλασμα μικρότερου πλάτους. Έστω,  $b=15 \text{ mm}$  και  $t=1 \text{ mm}$  οπότε:

$$V_{sdj} = V_{wd} = 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot \frac{A_{sw}}{s} \Rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = \frac{11,26}{0,9 \cdot 0,5005 \cdot 195,83} = 0,128 \Rightarrow \frac{2 \cdot 15 \cdot 1}{s} = 0,128$$

$$\Rightarrow s = 235 \text{ mm} < s_{\max} \text{ O.K.}$$

**Επομένως, τοποθετούνται εξωτερικά μεταλλικά ελάσματα  $b = 15 \text{ mm}$  με  $t = 1 \text{ mm}$  σε απόσταση  $s = 235 \text{ mm}$ .**

