

**ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΔΟΚΟΥ ΜΕ ΕΞΩΤΕΡΙΚΑ
ΣΤΟΙΧΕΙΑ**
Αριθμητική Εφαρμογή (2014-15)

ΔΕΔΟΜΕΝΑ

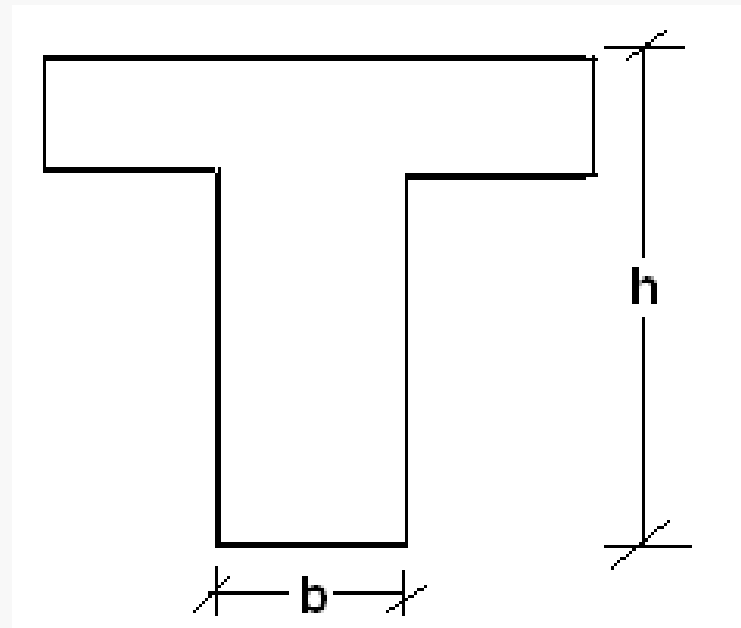
$b=250\text{mm}$

$h=500\text{mm}$

$d=480\text{mm}$

C16/20

$V_{Rd,s}=50\text{KN}$



ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

Έλεγχος επάρκειας οπλισμού διάτμησης και ενίσχυση για ανάληψη τέμνουσας

$V_{sd}=70\text{ KN}$.

ΑΝΕΠΑΡΚΕΙΑ ΟΠΛΙΣΜΟΥ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ ($V_{Sd} > V_{Rd3}$)

■ Εξωτερική περίσφιγξη

$$V_{Rd3} = V_{Rd,s} + V_{jd} \Rightarrow 70 = 50 + V_{jd} \Rightarrow V_{jd} = 20\text{KN} \quad \text{KAN.ΕΠΕ. (εξίσωση 8.12)}$$

$$V_{jd} = \sigma_{jd} \cdot \rho_j \cdot b_w \cdot h_{j,ef} (\cot\theta + \cot\alpha) \sin^2\alpha \quad \text{KAN.ΕΠΕ. (εξίσωση 8.13)}$$

α : είναι η γωνία του εξωτερικού οπλισμού διάτμησης ως προς τον διαμήκη άξονα του στοιχείου

θ : είναι η γωνία μεταξύ του άξονα του στοιχείου και της διεύθυνσης των αναμενόμενων λοξών ρωγμών που μπορεί να θεωρηθεί ίση προς 45°

$$\text{KAN.ΕΠΕ. (εξ. 8.8)}: h_{j,ef} = \frac{2 \cdot A_j}{s_j \cdot b_w \cdot \sin\alpha}$$

ΚΑΝ.ΕΠΕ. από (§8.2.2.2 iii):

$$h_{j,ef} = \frac{2}{3} \cdot d, \quad A_j = t_j \cdot s_j \quad \text{με} \quad w_j = s_j$$

Συνεχή Φύλλα

$$V_{jd} = \sigma_{jd} \cdot \frac{2 \cdot t_j \cdot w_j}{s_j \cdot b_w \cdot \sin\alpha} \cdot b_w \cdot \frac{2}{3} \cdot d \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin^2\alpha \Rightarrow$$

$$V_{jd} = \sigma_{jd} \cdot \frac{4 \cdot t_j \cdot w_j}{3 \cdot s_j} \cdot d \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin\alpha$$

Έστω: $\alpha=90^\circ$ και $\theta=45^\circ$, άρα, η τέμνουσα που αναλαμβάνει ο νέος οπλισμός διάτμησης ισούται:

$$V_{jd} = \sigma_{jd} \cdot \frac{4 \cdot t_j \cdot w_j}{3 \cdot s_j} \cdot d \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin\alpha \Rightarrow V_{jd} = \sigma_{jd} \cdot \frac{4 \cdot t_j}{3} \cdot d$$

Έλεγχος Αστοχίας Ίδιου Υλικού

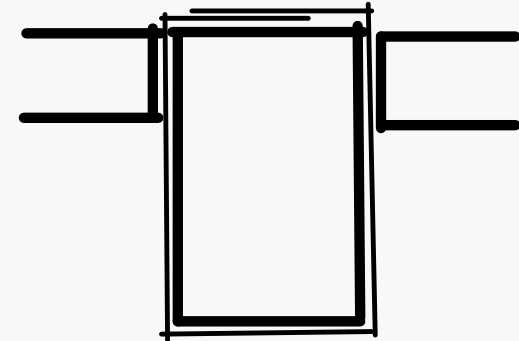
Από την παραπάνω σχέση προσδιορίζεται το ελάχιστο πάχος για αποφυγή αστοχίας του ίδιου του υλικού ενίσχυσης.

$$t_j = \frac{3 \cdot V_{jd}}{4 \cdot d \cdot \sigma_{jd}}$$

Έστω Υλικό Ενίσχυσης ΧΑΛΥΒΑΣ Fe 360 $\Rightarrow f_{jk} = 235 \text{ MPa}$ και $E_j = 200 \text{ GPa}$

ΚΑΝ.ΕΠΕ. (εξίσωση 8.14): $\sigma_{jd} = \frac{f_{jk}}{\gamma_m} = \frac{235}{1.2} = 195.8 \text{ MPa}$

$\gamma_m \geq$ από τιμή που χρησιμοποιείται στις μεταλλικές κατασκευές *ΚΑΝ.ΕΠΕ. (§ 4.5.3.2α)*.
Λαμβάνεται 1,2.



Επομένως : $t_j = \frac{3 \cdot 1,2 \cdot 20 \cdot 10^3}{4 \cdot 480 \cdot 235} = 0,160 \text{ mm}$

Έστω Υλικό Ενίσχυσης ΙΟΠ-G με $\epsilon_{ju} = 2,8\%$ και $E_j = 70 \text{ GPa}$

$\sigma_{jd} = \frac{f_{jk}}{\gamma_m}$, $\gamma_m = 1,2$ *ΚΑΝ.ΕΠΕ. (§ Σ 8.2.2.2(iv)).*

ΚΑΝ.ΕΠΕ. από (§ Σ 8.2.2.2(iv)):

$f_{jk} = E_j \cdot \epsilon_{j,crit}$

(α) $\epsilon_{j,crit} = k_v \cdot \epsilon_{j,max}$, με $k_v = 0,5$

(β) $\epsilon_{j,max} = \epsilon_{ju} \cdot \psi = 2,8\% \cdot 1 > 1,5\%$

$\Rightarrow \epsilon_{j,max} = 1,5\%$

$\Rightarrow f_{jk} = E_j \cdot k_v \cdot \epsilon_{j,max} = 70 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} = 525 \text{ MPa}$

$\Rightarrow \sigma_{jd} = \frac{525}{1.2} = 437,5 \text{ MPa}$

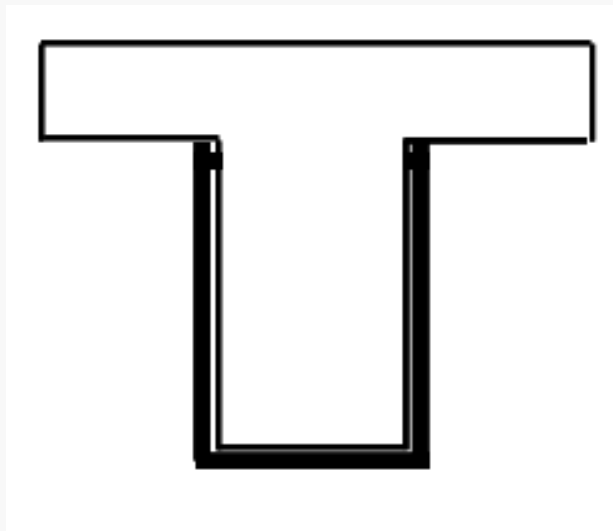
$t_j = \frac{3 \cdot 20 \cdot 10^3}{4 \cdot 480 \cdot 437,5} = 0,07 \text{ mm}$

Έλεγχος Πρόωρης Αποκόλλησης Υλικού Ενίσχυσης (Περίπτωση Ανοιχτής Ενίσχυσης)

⇒ ΚΑΝ.ΕΠΕ. (εξίσωση 8.15): $\sigma_{jd} = \frac{\sigma_{j,crit}}{\gamma_{Rd}}$ με $\sigma_{j,crit} = k_v \cdot \sigma_{j,max}$

- ΚΑΝ.ΕΠΕ. από (§Σ8.2.2.2 (iv) B): $k_v = 0,4 + 0,25\lambda \leq 0,65$

$$\lambda = \frac{L_{av}}{L_e} = \frac{h_{j,ef}}{L_e} = \frac{2/3 d}{L_e}, \text{ έστω } L_e \leq \frac{2}{3} d \rightarrow \lambda \geq 1$$



- ΚΑΝ.ΕΠΕ. (εξίσωση Σ8.10): $\sigma_{j,\max} \cong \beta \frac{\tau_b^{\text{αποκ}}}{t_j} L_e$

ΚΑΝ.ΕΠΕ. από (§Σ8.2.2.2 (iv) Β):

(α) $\tau_b^{\text{αποκ.}} \cong f_{\text{ctm}} = 0,3 \cdot f_{\text{ck}}^{2/3} = 1.9 \text{ MPa}$

(β) $L_e = \sqrt{\frac{E_j t_j}{2 f_{\text{ctm}}}}$

(γ) $\beta = \beta_w \cdot \beta_L$

$\beta_w = \sqrt{\frac{2 - \frac{w_j}{s_j \sin \alpha}}{1 + \frac{w_j}{s_j \sin \alpha}}}$, Συνεχή Φύλλα : $\beta_w = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

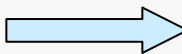
$\beta_L = 1$ για $\lambda \geq 1$

Συγκεντρώνοντας όλες τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει η εξίσωση για την τέμνουσα και το πάχος του νέου οπλισμού διάτμησης:

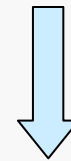
$$(1) V_{jd} = \frac{4 \cdot t_j}{3} \cdot d \cdot \frac{\sigma_{j,crit}}{\gamma_{Rd}}$$

$$(2) \sigma_{j,crit} = k_v \cdot \sigma_{j,max}$$

$$(3) \sigma_{j,max} = \beta \cdot \frac{f_{ctm}}{t_j} \cdot \sqrt{\frac{E_j \cdot t_j}{2 \cdot f_{ctm}}}$$

(1)  (2)
(3)

$$V_{jd} = \frac{4}{3} \cdot d \cdot k_v \cdot \beta \cdot \frac{f_{ctm}}{\gamma_{Rd}} \sqrt{\frac{E_j \cdot t_j}{2 \cdot f_{ctm}}}$$



$$t_j = \frac{V_{jd}^2 \cdot 9 \cdot \gamma_{Rd}^2}{8 \cdot d^2 \cdot k_v^2 \cdot \beta^2 \cdot f_{ctm} \cdot E_j}$$

Έστω Υλικό Ενίσχυσης ΧΑΛΥΒΑΣ Fe 360 $\Rightarrow f_{jk} = 235 \text{ MPa}$ και $E_j = 200 \text{ GPa}$

$\gamma_{Rd} \geq$ από τιμή που χρησιμοποιείται στις μεταλλικές κατασκευές (ΚΑΝ.ΕΠΕ. (§ 4.5.3.2α)).
Λαμβάνεται 1,2.

$$t_j = \frac{V_{jd}^2 \cdot 9 \cdot \gamma_{Rd}^2}{8 \cdot d^2 \cdot k_v^2 \cdot \beta^2 \cdot f_{ctm} \cdot E_j}$$

$$\text{Επομένως απαιτείται : } t_j = \frac{20000^2 \cdot 9 \cdot 1,2^2}{8 \cdot 480^2 \cdot 0,65^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,9 \cdot 200000} = 0.035 \text{ mm}$$

Τίθεται χαλύβδινο έλασμα πάχους $t_j = 1 \text{ mm}$

Έλεγχος τρόπου αστοχίας επειδή $t_j = 1 \text{ mm} \neq 0,035 \text{ mm}$

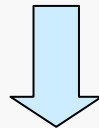
$$\bullet L_e = \sqrt{\frac{E_j t_j}{2f_{ctm}}} = \sqrt{\frac{200 \cdot 10^3 \text{ MPa} \cdot 1 \text{ mm}}{2 \cdot 1,9 \text{ MPa}}} \Rightarrow L_e = 229 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{\frac{2}{3}d}{L_e} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 480}{229} = 1,4 > 1 \quad , \text{ επομένως σωστή η παραδοχή : } \lambda \geq 1$$

- $$\sigma_{j,\max} = \beta \cdot \frac{f_{ctm}}{t_j} \cdot L_e = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1,9}{1} \cdot 229 = 307,7 \text{ MPa}$$

- $$\sigma_{j,\text{crit}} = k_v \cdot \sigma_{j,\max} = 0,65 \cdot 307,7 = 200 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{jd} = \frac{\sigma_{j,\text{crit}}}{\gamma_{Rd}} = \frac{200}{1,2} = 166,7 \text{ MPa} < \sigma_{jd,\text{αστοχ.υλικ.}} = 195,8 \text{ MPa}$$



Επομένως, η αστοχία θα προέλθει από πρόωρη αποκόλληση του υλικού ενίσχυσης

Έστω Υλικό Ενίσχυσης ΙΟΠ-G

με

$\varepsilon_{ju} = 2,8\%$ και $E_j = 70 \text{ GPa}$

ΚΑΝ.ΕΠΕ. από (§Σ8.2.2.2 (iv)): $\gamma_{Rd} = 1,2$

$$t_j = \frac{V_{jd}^2 \cdot 9 \cdot \gamma_{Rd}^2}{8 \cdot d^2 \cdot k_v^2 \cdot \beta^2 \cdot f_{ctm} \cdot E_j}$$

Επομένως :

$$t_j = \frac{20000^2 \cdot 9 \cdot 1,2^2}{8 \cdot 480^2 \cdot 0,65^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,9 \cdot 70000} = 0,1 \text{ mm}$$

Τίθεται χαλύβδινο έλασμα πάχους $t_j = 0,1 \text{ mm}$

Έλεγχος τρόπου αστοχίας

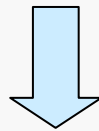
- $$L_e = \sqrt{\frac{E_j t_j}{2f_{ctm}}} = \sqrt{\frac{200 \cdot 10^3 \text{ MPa} \cdot 0,1 \text{ mm}}{2 \cdot 1,9 \text{ MPa}}} \Rightarrow L_e = 72,5 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{\frac{2}{3}d}{L_e} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 480}{72,5} = 4,4 > 1 \quad , \text{επομένως σωστή η παραδοχή : } \lambda \geq 1$$

- $$\sigma_{j,\max} = \beta \cdot \frac{f_{ctm}}{t_j} \cdot L_e = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1,9}{0,1} \cdot 72,5 = 974 \text{ MPa}$$

- $$\sigma_{j,\text{crit}} = k_v \cdot \sigma_{j,\max} = 0,65 \cdot 974 = 633 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{jd} = \frac{\sigma_{j,\text{crit}}}{\gamma_{Rd}} = \frac{633}{1,2} = 527,6 \text{ MPa} < \sigma_{jd,\text{αστοχ.υλικ.}} = 437,5 \text{ MPa}$$



Επομένως, η αστοχία θα προέλθει από θραύση του υλικού ενίσχυσης

Θεωρώντας, επομένως, μέγιστη αποδεκτή τάση υλικού $\sigma_{jd} = 437,5 \text{ MPa}$, προσδιορίζεται το τελικό, απαιτούμενο πάχος ως εξής:

- $\sigma_{jd} = \frac{\sigma_{j,crit}}{\gamma_{Rd}} = 437,5 \text{ MPa} \Rightarrow \sigma_{j,crit} = 437,5 \cdot 1,2 = 525 \text{ MPa}$

- $\sigma_{j,crit} = k_v \cdot \sigma_{j,max} = 525 \Rightarrow \sigma_{j,max} = \frac{525}{0,65} = 807,7 \text{ MPa}$

- $\sigma_{j,max} = \beta \cdot \frac{f_{ctm}}{t_j} \cdot \sqrt{\frac{E_j \cdot t_j}{2 \cdot f_{ctm}}} = 807,7 \text{ MPa} \Rightarrow 807,7 = \beta \cdot \sqrt{\frac{E_j \cdot f_{ctm}}{2 \cdot t_j}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 807,7^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{200000 \cdot 1,9}{2 \cdot t_j} \Rightarrow t_j = \frac{200000 \cdot 1,9}{4 \cdot 807,7^2} = 0,145 \text{ mm}$$

Άρα, τίθεται χαλύβδινο έλασμα πάχους $t_j = \underline{0,15 \text{ mm}}$